

对一类具有随机扰动的混沌系统同步的新方法

关新平, 范正平, 彭海朋, 李丽香

(燕山大学电气工程学院, 河北秦皇岛 066004)

摘要: 本文基于工程上广为应用的状态观测器思想, 在随机扰动存在的情况下, 对一类非线性反馈混沌系统成功地实现了同步. 且在扰动很大时, 系统仍能保持良好的同步性能. 最终的试验仿真结果也证明了这一点, 因此本文的结果具有重要的实际应用价值.

关键词: 混沌系统; 同步; 保密通信

中图分类号: TN901 **文献标识码:** A **文章编号:** 0372-2112 (2001) 10-1427-03

A New Approach of Synchronization to a Class of Chaotic System with Random Perturbation

GUAN Xin ping, FAN Zheng ping, PENG Hai peng, LI Li xiang

(Institute of Electrical Engineering, Yanshan University, Qinhuangdao, Hebei 066004, China)

Abstract: In this paper, we realize successfully synchronization of chaotic system with nonlinear feedback when there exists random perturbation in the system, based on state observer. Even when the perturbation is very large, the chaotic system still synchronizes well, and the simulation results also verify it. So the results that we obtain are important to practical application.

Key words: chaotic system; synchronization; secure communication

1 引言

将混沌系统应用于保密通信, 由于其在工程技术上的重大价值和极其诱人的应用前景, 一直是控制理论界和实际应用中的热点和难点问题^[1-3]. 从实际应用的角度看, 将混沌系统应用于保密通信的关键技术在于如何有效地实现混沌系统的同步. 自 1990 年 Pecora 和 Carroll 提出著名的 PC^[4] 同步以来, 人们已提出主动-被动同步法^[5]、耦合同步法^[6]、自适应同步法^[7] 等. 然而, 以上这些方法都存在一定的缺陷, 即很少或基本不考虑外界干扰对系统的影响. 但在实际系统中, 外界的干扰几乎是不可避免的, 如两个混沌电路系统中的电阻和电容值存在微小的差别, 信号在传输过程中信道噪声的干扰等. 考虑到混沌系统对参数的敏感依赖性, 初始参数的微小差异将导致系统最终的巨大差别. 因此以上这些同步方法在实际应用中都受到一定的限制.

本文基于工程上广为应用的状态观测器的方法, 在随机扰动存在的情况下对混沌系统同步进行了研究. 我们发现, 通过设计状态观测器, 混沌系统很好地实现了同步, 即使是在外界扰动非常大的情况下, 混沌系统仍能很好地保持同步性能. 另外, 通过设计状态观测器的方法, 无需计算混沌系统同步的条件李雅普诺夫指数, 因此该方法具有操作简单、在工程上更容易应用的特点.

2 同步观测器的设计

考虑以下一类非线性反馈混沌系统:

$$\dot{x} = Ax + Bu + Ew \quad (1)$$

其中 $x \in R^n$, $u \in R^k$, $w \in R^m$, 分别为系统的状态变量, 非线性反馈输入及系统的随机干扰. A, B, E 是已知的定常矩阵.

设在发射端, 系统的发射信号为

$$y = C^T x \quad (2)$$

其中 $y \in R^p$, C 为合适维数的定常矩阵. 则由式(1), (2), 发射端的系统可描述为

$$\begin{cases} \dot{x} = Ax + Bu + Ew \\ y = C^T x \end{cases} \quad (3)$$

在此假定 $p \geq m$ 不失一般性, 令 $\text{rank} E = m$, $\text{rank} C^T = p$, 且 $\text{rank} C^T E = m$.

在接收端, 由文献[8, 9], 式(3)的状态观测器可表示为:

$$\begin{cases} \dot{z} = Fz + Gu + Hy \\ \hat{x} = z - Jy \end{cases} \quad (4)$$

其中 $z \in R^n$, $\hat{x} \in R^n$, F, G, H, J 是未知的定常矩阵.

定义观测器误差 $e = \hat{x} - x = z - (I_n + JC^T)x$, 且令 $M = I_n + JC^T$, 则误差系统的动态方程为

$$\dot{e} = Fe + (HC^T - MA + FM)x + (G - MB)u - MEw \quad (5)$$

如果系统满足

$$\begin{cases} (I_n + JC^T)E = 0 \\ G - MB = 0 \\ HC^T - MA + FM = 0 \end{cases} \quad (6)$$

则式(5)可改写为

$$\dot{x} = Fe \quad (7)$$

显然,若 F 的所有特征值均小于零,则 \hat{x} 必将指数收敛于 x . 下面考虑如何使得 F 满足这一要求.

将 $HC^T - MA + FM = 0$ 改写为

$$F = MA - (H + FJ)C^T \quad (8)$$

令

$$N = H + FJ \quad (9)$$

将式(8)代入式(9)中,得

$$H = N + NC^T J - MAJ \quad (10)$$

此时观测器方程(4)中的 $z = Fz + Gu + Hy$ 可写为

$$\dot{z} = (MA - NC^T)z + Gu + Hy \quad (11)$$

这样在随机扰动下的状态观测器设计问题变为寻找合适的 J 使其满足 $(I_n + JC^T)E = 0$, 及适当的 N 使其满足 F 的特征值均小于零.

由式(8)和(9),得 $F = MA - NC^T$, 故若能找到适当的 N 使得 $MA - NC^T$ 的特征值可任意配置, 则必可满足 F 的特征值均小于零的条件. 这等价于若 (MA, C^T) 完全可观测, 则 $MA - NC^T$ 的特征值必可任意配置.

又由式(6)得 $JC^TE = -E$, $rank C^TE = m$, 由相关的矩阵知识知

$$J = -E(C^TE)^+ + Y(I_p - (C^TE)(C^TE)^+) \quad (12)$$

其中 $(C^TE)^+$ 为 (C^TE) 的广义逆, Y 为合适维数的任意矩阵.

又 $M = I_n + JC^T$, 把式(12)代入其中, 得

$$M = (I_n + YC^T)(I_n - E(C^TE)^+ C^T)$$

显然,若 $I_n + YC^T$ 或 $I_p + C^TY$ 非奇异, 则矩阵 M 有最大的秩, 且最大秩为 $n - m$. 此时矩阵 $[C \ A^T M^T C \ \dots \ (A^T M^T)^{n-1} C]^T$ 有最大的秩 n , 故 (MA, C^T) 完全可观测, 即 $F = MA - NC^T$ 的特征值可任意配置. 又因为 $rank C = p$ 为应用方便起见, 令 $Y = 0$, 则 $I_p + C^TY$ 仍非奇异, 满足要求. 此时 $M = I_n - E(C^TE)^+ C^T$. 这也就是说, 当 $M = I_n - E(C^TE)^+ C^T$ 时, 总可找到一个合适的 N , 使得当 $t \rightarrow \infty$ 时, \hat{x} 指数收敛于 x .

注1: 我们讨论的是一类非线性反馈方式的混沌系统同步问题, 由于此类系统在实际中广泛存在, 因此我们所考虑的系统具有十分重要的实际意义.

注2: 由于一般的混沌系统都满足本文所给定的条件, 因此所得的结果具有实际的应用价值.

注3: 对本文所考虑的观测器, 可以通过改变 Y 的值, 来调整观测器的参数, 以满足一定的性能指标要求, 从而在实际上更具有应用价值, 同时, 我们指出, 当 $Y = 0$ 时, 也满足要求, 且更加方便易用.

3 系统同步结构设计

系统同步结构图如下图所示:

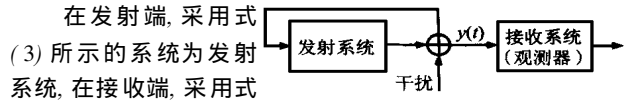


图1 系统同步结构简图

在发射端, 采用式(3)所示的系统为发射系统, 在接收端, 采用式(4)所示的观测器为接收系统, 若发射系统与接收系统满足式(7)的要求, 则称混沌系统同步.

4 仿真结果及分析

考虑如下—类系统

$$\begin{aligned} \dot{x} &= Ax = Bu(t) + Ew(t) \\ y &= C^T x \end{aligned}$$

其中, $x \in R^3$, $E = [1 \ 0 \ 0]^T$, $C^T = [1 \ 0 \ 0]$, A, B 是已知合适维数的定常矩阵. 该系统代表着一类非常普遍的混沌系统, 其在保密通信中有着广泛的应用. 实际上, 当

$$A = \begin{bmatrix} -10 & 10 & 0 \\ 28 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & -8/3 \end{bmatrix}, B = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}, u(t) = \begin{bmatrix} 0 \\ x_1 x_3 \\ x_1 x_2 \end{bmatrix}$$

系统成为 Lorenz 系统. 为简便起见, 取 $Y = 0$, 则

$$J = -E(C^TE)^+ = \begin{bmatrix} -1 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}, M = I_p + JC^T = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

若选取 $N = \begin{bmatrix} 3 \\ 28 \\ 0 \end{bmatrix}$, 则 $F = \begin{bmatrix} -3 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & -8/3 \end{bmatrix}$, 显然, F 的特征值均小于零, 故当 $t \rightarrow \infty$ 时, \hat{x} 指数收敛于 x . 此时, 接收系统的方程为

$$\begin{cases} \dot{z} = \begin{bmatrix} -3 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & -8/3 \end{bmatrix} z + \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 0 \\ \hat{x}_1 x_3 \\ \hat{x}_1 x_2 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ 28 \\ 0 \end{bmatrix} y \\ \hat{x} = z - [-1 \ 0 \ 0]^T y \end{cases}$$

为讨论系统的同步性能, 不妨设 $w(t) = 0.5 \sin 3t$, 此时, 在发射端, 发射系统中的 x_1 如图2所示, 在接收端, \hat{x}_1 如图3所示. $x_1 - \hat{x}_1$ 的同步如图4(a)所示, 误差信号 $e_1 = \hat{x}_1 - x_1$ 如图4(b)所示. 由图知, 混沌系统很好地实现了同步.

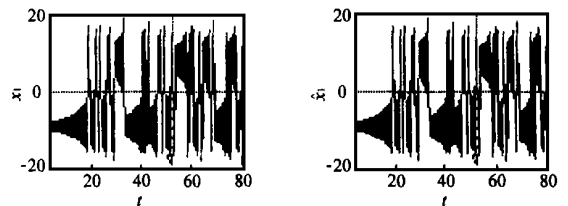


图2 发射信号 $y = x_1$

图3 接收信号 \hat{x}_1

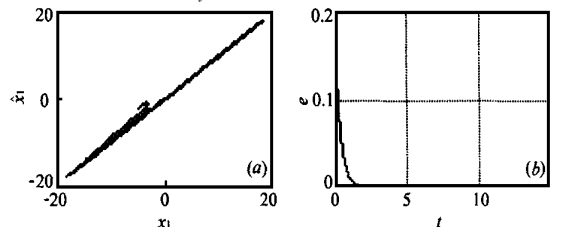


图4 (a) 系统同步图; (b) 误差 $e = \hat{x}_1 - x_1$

下面再假设干扰信号为 $w(t) = 100\sin 3t$, 其 $x_1 - \hat{x}_1$ 的同步及误差信号 $e_1 = \hat{x}_1 - x_1$ 分别如图 5(a) 和 5(b) 所示. 由图看出, 系统仍保持着良好的同步性能.

进一步地, 我们假设随机干扰信号为 $w(t) = 1000\sin 3t$, 则 $x_1 - \hat{x}_1$ 的同步和误差信号 $e_1 = \hat{x}_1 - x_1$ 分别如图 6(a) 和 (b) 所示. 注意到, 在我们所考虑的有限的时间范围内, 随机干扰信号的最大幅值为 1000, 但系统仍能保持良好的同步性能. 因此, 本文所给的方法同步效果非常好, 具有十分重要的实际意义.

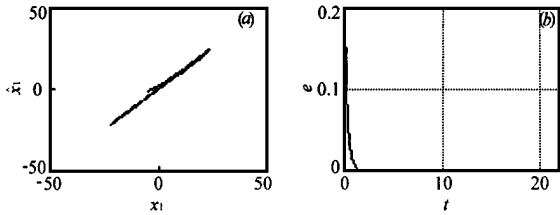


图 5 (a) 系统同步图; (b) 误差 $e = \hat{x}_1 - x_1$

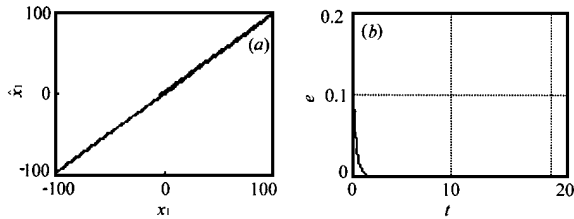


图 6 (a) 系统同步图; (b) 误差 $e = \hat{x}_1 - x_1$

5 结论

基于状态观测器思想, 在随机扰动存在的情况下, 本文成功地实现了混沌系统的同步. 且在随机扰动很大的情况下, 系统仍能很好地保持同步. 另外, 通过改变参量的大小, 可以适当地调整观测器的参数, 使其更好地满足一定性能指标的要求. 我们相信, 由于该方法对随机扰动具有鲁棒性, 其在实际中将有着重要的应用价值.

参考文献:

[1] 蒋国平, 王锁平. 蔡氏混沌电路的单向耦合同步研究 [J]. 电子学报. 2000, 28(1): 67- 69.

[2] 匡锦瑜, 等. 一种多级混沌同步通信系统 [J]. 电子学报. 1999, 27(6): 23- 26.

[3] 何振亚, 张毅锋, 卢宏涛. 细胞神经网络动态特性及其在保密通信中的应用 [J]. 通信学报. 1999, 20(3): 59- 67.

[4] Pecora L M, et al. Synchronization in chaotic systems [J]. Phys. Rev. Lett, 1990, 64(8): 821- 824.

[5] Kocarev L, et al. General approach for chaotic synchronization with application to communication [J]. Phys. Rev. Lett. , 1995, 74(25): 5028 - 5031.

[6] Kapitaniak T, et al. Experimental synchronization of chaos using continuous control [J]. Int. J. Bifurcations and Chaos. 1994, 4(2): 483 - 488.

[7] Huberman B A, et al. Dynamics of adaptive systems [J]. IEEE Trans. , CAS. , 1990, 37: 547- 550.

[8] Yang F, Wilde R W. Observers for linear systems with unknown inputs [J]. IEEE Trans. , Auto. Contr, 1998, Ac 33: 677- 681.

[9] Hostetter G, Meditch J S. Observing systems with unmeasurable inputs [J]. IEEE Trans. Automat. Contr. , 1973, Ac 18: 307- 308.

作者简介:



关新平 男. 1963 年出生. 博士. 教授. 已在国内外重要学术期刊上发表论文 70 余篇. 目前的主要研究方向为混沌系统的控制, 非线性系统的控制以及时滞系统的鲁棒控制等.



范正平 男. 1977 年出生. 现为燕山大学控制理论与控制工程专业硕士研究生, 主要研究方向为混沌系统的控制及其应用.